

ТЕОРИЯ И РЕАЛИЗАЦИЯ

Задача о движении тела с постоянным ускорением

Эта задача устанавливает зависимость между такими параметрами движения как:

- (t) – время движения
- (a) -ускорение движения
- $(V(t))$ – скорость движения
- $(S(t))$ – путь

При постоянном ускорении (a) задача является классической и ее решение (3) можно связать с решением простейших дифференциальных уравнений (1) и (2)

$$\frac{d}{dt}(V(t)) = a \quad (1)$$

$$d(V(t)) = a dt$$

$$V(t) = \int a dt = at + V_0$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = V(t) \quad (2)$$

$$dS(t) = V(t)dt$$

$$S(t) = \int (at + V_0) dt = \frac{at^2}{2} + V_0 t + S_0 \quad (3)$$

В общем случае эту задачу можно записать через простейшее дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dS(t)}{dt}\right) = a \quad (4)$$

Уравнение (4) достаточно просто разрешимо средствами MATLAB:

```
s=dsolve('D2s=a','s(0)=0')
```

```
% Результат:  
% s = 1/2*a*t^2+C1*t  
% где C1 = V0
```

Задача о вертикальном движении тела в гравитационном поле

В случае различного статического положения тела относительно сферического источника гравитации, значение ускорения определяется:

- (**G**) - Гравитационной постоянной
- (**M**) - Массой объекта, создающего гравитационное поле
- (**R**) - Радиусом такого объекта
- (**S**) – Радиальной высотой над поверхностью такого объекта.

То есть:

$$a(S) = \frac{G \cdot M}{(R + S)^2} \quad (5)$$

При этом предполагается, что вся масса (**M**) сосредоточена в центральной точке сферы радиуса (**R**).

Такое предположение ограничивает применение зависимости (5) объектами значительной массы и радиуса которые, как правило, достаточно однородны по плотности для фиксированных внутренних радиусов. В случае малых объектов (особенно малых астероидов), их внутренняя структура может быть достаточно неоднородна, а, следовательно, зависимость (**a(S)**) должна рассматриваться как векторная сумма ускорений, созданная множеством тяготеющих элементов внутри такого объекта. Очевидно, что такая уточненная зависимость (**a(S)**) существенно усложняет решение задачи. По этой причине, для дальнейшего анализа, остановимся на выборе объектов достаточно больших, чтобы выполнялось исходное предположение. Основным признаком таких объектов является их сферическая форма и масса не менее 1.0e18 (кг.)

Если от статической зависимости ускорения от высоты над поверхностью перейти к движению вертикально вверх или вниз по отношению к поверхности, то ускорение и путь приобретают зависимость от времени:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dS(t)}{dt} \right) = a(S, t) = \frac{G \cdot M}{(R + S(t))^2} \quad (6)$$

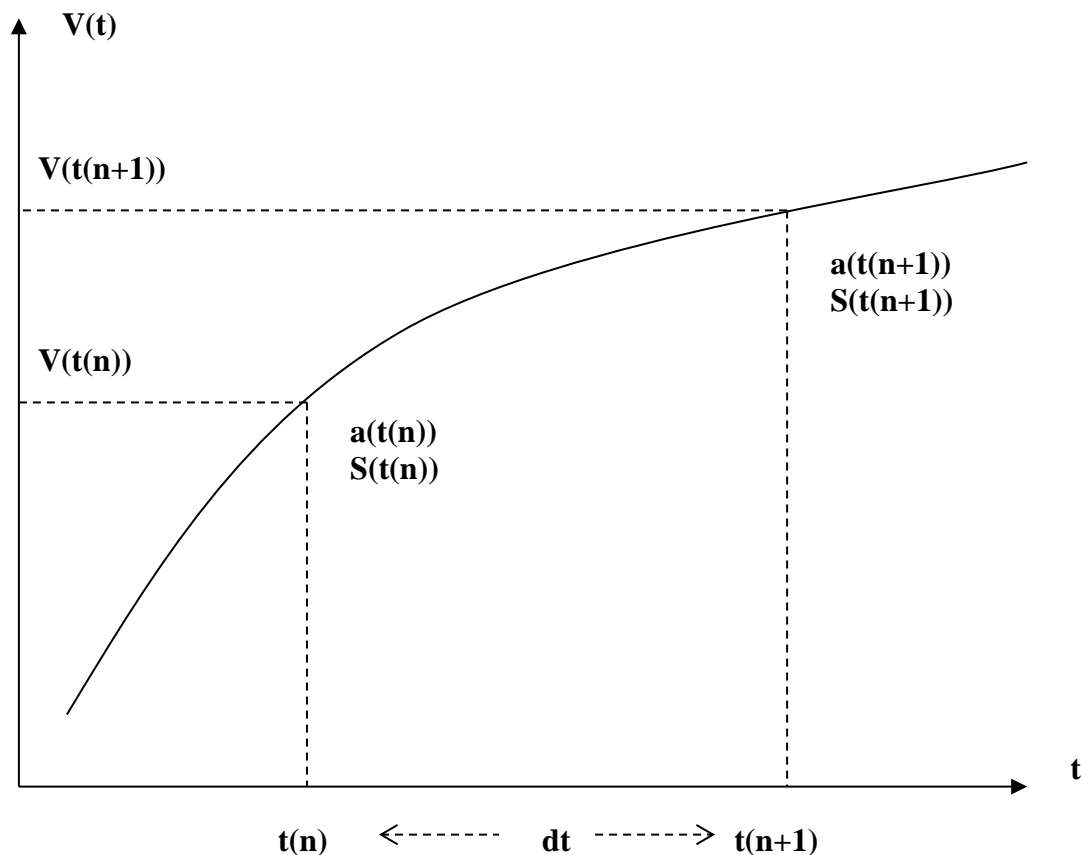
Дифференциальное уравнение (6) уже далеко не является простейшим и даже не является простым, что подтверждается попыткой его решения с помощью MATLAB:

```
s=dsolve('D2s=GM/((R+s)^2)','s(0)=0')
```

```
% Результат:  
% ??? Error using ==> dsolve  
% Error, (in solve/rec2) too many levels of recursion  
% или «Ошибка (в solve/rec2) слишком много уровней рекурсии»
```

Однако численными методами, путем разбиения всего пути движения на участки, решение все же может быть получено. Кроме того, сообщение MATLAB, дает подсказку по выбору методики решения этой задачи.

Рассмотрим изменение скорости $V(t)$ на некотором участке (n) траектории движения длительностью (dt):



Если устремлять (dt) к нулю, то соответственно приращение ускорения и пути на участке можно сделать сколь угодно малым. Обычно для оценки взаимосвязи приращений используют первую производную. Рассмотрим первую производную ускорения по приращению пути:

```
% Первая производная ускорения (ans) по приращению пути (x)
syms GM R x;
f=GM/(R+x)^2;
diff(f)

% Результат:
% ans = -2*GM/(R+x)^3
```

или

$$\frac{da}{ds} = -\frac{2 \cdot G \cdot M}{(R + S)^3} \quad (7)$$

Для приведения зависимости (7) к удобному для анализа виду, разделим числитель и знаменатель на (R^3), а также выполним простейшие преобразования:

$$\frac{da}{ds} = -\frac{\frac{2GM}{R^3}}{\frac{(R+S)^3}{R^3}} = -\frac{\frac{2GM}{RR^2}}{\left(\frac{R+S}{R}\right)^3} = -\frac{\frac{2g}{R}}{\left(1+\frac{S}{R}\right)^3} = -\frac{2g}{R} \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{S}{R}\right)^3}$$

В итоге получим зависимость приращения (**da**) от (**ds**), где (**g**) ускорение свободного падения на уровне поверхности планеты:

$$da = -\frac{2g}{R} \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{S}{R}\right)^3} \cdot ds \quad (8)$$

Из приведенной зависимости легко заметить, что при стремлении (**S**) к бесконечности влияние планеты на приращения ускорения полностью исключается. Также очевидно, что такое влияние будет максимальным у самой поверхности, то есть, на первом участке траектории. Это позволяет сформулировать вопрос – можно ли выбрать некоторую длину участка или некоторый постоянный интервал времени для участка, при которых изменением ускорения допустимо пренебречь, а само ускорение на этом участке считать пусть разной, но постоянной величиной? Ответ на этот вопрос может значительно упростить решаемую задачу.

Итак, предположим, что на каждом участке вертикального движения ускорение можно считать пусть разной, но постоянной величиной. Поскольку на первом участке начальная вертикальная скорость максимальна, то длина этого участка будет наибольшей, следовательно, зависимость ускорения от высоты будет проявлять себя максимально. В этом случае, нам необходимо получить оценку возможной относительной ошибки (**gamma**) при допущении о постоянстве ускорения на участке.

Вычислим такую относительную ошибку (**gamma**) в процентах $((da/g) \cdot 100)$ при прохождении первого участка вертикальной траектории (**ds**) с некоторой средней скоростью (**V**) за интервал времени (**dt**)

$$\gamma = \frac{da}{g} 100 = -100 \cdot \frac{2}{R} \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{0}{R}\right)^3} \cdot ds = -\frac{200}{R} \cdot V dt \quad (9)$$

Поскольку ошибка будет тем больше, чем меньше радиус планеты, рассмотрим динамику ошибки для наименьшего объекта из списка предложенных для исследования, а именно для астероида «Флора». Для астероида «Флора» первая космическая скорость (скорость выхода на круговую орбиту) составляет приблизительно 87 (м./сек). Построим график зависимости относительной ошибки для участков длительностью прохождения от 0,1 до 5 миллисекунд:

```
% Астероид Флора
dt=[0.0001: 0.0001: 0.005]; % Интервал первого участка (сек.)
V=87; % Первая космическая скорость (м./сек)
R=74e3; % Радиус (м.)
```

```
gamma=-200*V.*dt/R;          % Относительная ошибка
plot(dt,gamma)
grid on
```

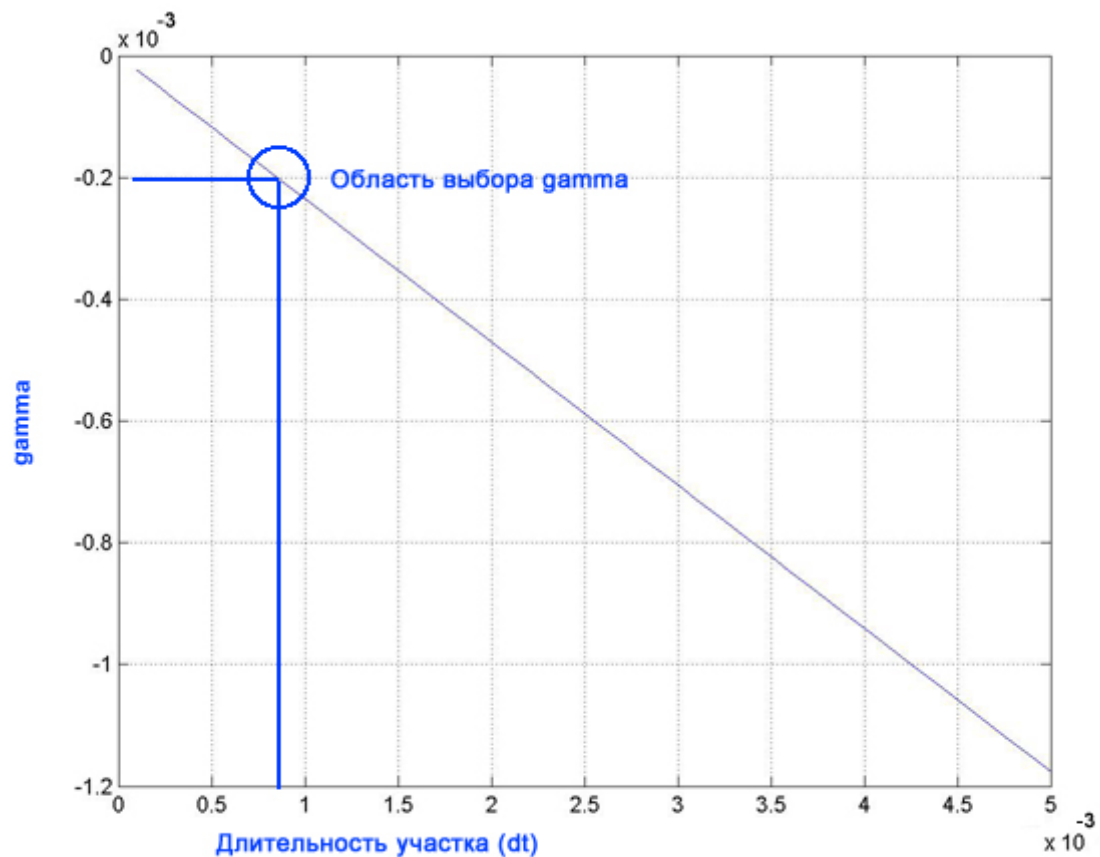


Рис.1. Зависимость временной длительности участка от gamma

Из графика легко заметить, что диапазон относительных ошибок в этом случае находится в границах от 0.1e-3 до 1.2 e-3 процента. Учитывая, что большинство технических расчетов допустимо выполнять с относительной ошибкой меньше или равно 1e-2 процента, допущение о постоянстве ускорения свободного падения на участке длительностью одна миллисекунда может быть вполне оправдано.

Кроме того, если задаться некоторой относительной величиной (**gamma**) или допуском на непостоянство ускорения на участке, то с учетом того, что первая космическая скорость это граница невозвращения объекта на поверхность, можно получить оценку времени для каждого участка (**dt**).

$$dt = abs\left(-\frac{\gamma \cdot R}{200 \cdot V_{S1}}\right) \quad (10)$$

где первая космическая скорость вычисляется по формуле:

$$V_{S1} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} \quad (11)$$

Такая оценка позволяет рассматривать постоянные интервалы времени (**dt**), как удобный способ разбиения траектории движения на участки, для которых можно применять зависимости для движения тела с постоянным ускорением. Однако выбор минимального временного размера участка, полезно ограничить некоторым значением, таким, чтобы количество участков не стремилось к бесконечности. В соответствии с данными графика минимальным значением (**gamma**) целесообразно выбрать значение **0.002** процента.

ВАРИАНТ РЕШЕНИЯ №1

Таким образом, рассматривая ускорение на каждом участке как постоянную величину, можно записать рекурсивную систему правил для нахождения пути на каждом участке для некоторого объекта, брошенного вертикально вверх со скоростью (**V0**).

(Правило 1) Путь предшествующий первому участку (м.)

$$dt = 0.001$$

(Правило 2) Путь предшествующий первому участку (м.)

$$S_0 = 0$$

(Правило 3) Начальная вертикальная скорость (м./сек.)

$$V_0 = V0$$

(Правило 4) Ускорение свободного падения на поверхности (м./сек.²)

$$a_0 = -\frac{G \cdot M}{R^2}$$

(Правило 5) Длина очередного участка (м.)

$$S_{n+1} = S_n + V_n \cdot dt + \frac{a_n \cdot dt^2}{2}$$

(Правило 6) Скорость в конце очередного участка (м./сек.)

$$V_{n+1} = V_n + a_n \cdot dt$$

(Правило 7) Ускорение в конце очередного участка (м./сек.²)

$$a_{n+1} = -\frac{G \cdot M}{(R + S_{n+1})^2}$$

(Правило 8) Переход на правило (Правило 5) или при (**Sn+1 <= 0**) завершение рекурсии.

ВАРИАНТ РЕШЕНИЯ №2

Правило 5 позволяет получить приближенную длину очередного участка. Такая приближенная длина позволяет также уточнить оценку ускорения в конце участка. Таким образом, точность вычисления параметров движения на участке можно улучшить:

(Правило 5-1) Оценка пути в конце текущего участка (м.)

$$Sr_n = S_n + V_n \cdot dt + \frac{a_n \cdot dt^2}{2}$$

(Правило 5-2) Оценка ускорения в конце текущего участка (м./сек.²)

$$ar_n = -\frac{G \cdot M}{(R + Sr_n)^2}$$

(Правило 5-3) Среднее ускорение на текущем участке (м./сек.²)

$$am_n = \frac{ar_n + a_n}{2}$$

(Правило 5-4) Уточненное значение пути в конце текущего участка (м.)

$$S_{n+1} = S_n + V_n \cdot dt + \frac{am_n \cdot dt^2}{2}$$

Вполне вероятно, что при постоянном шаге по времени (**dt**), последний участок пути может частично оказаться как бы ниже поверхности (см. рисунок 2).

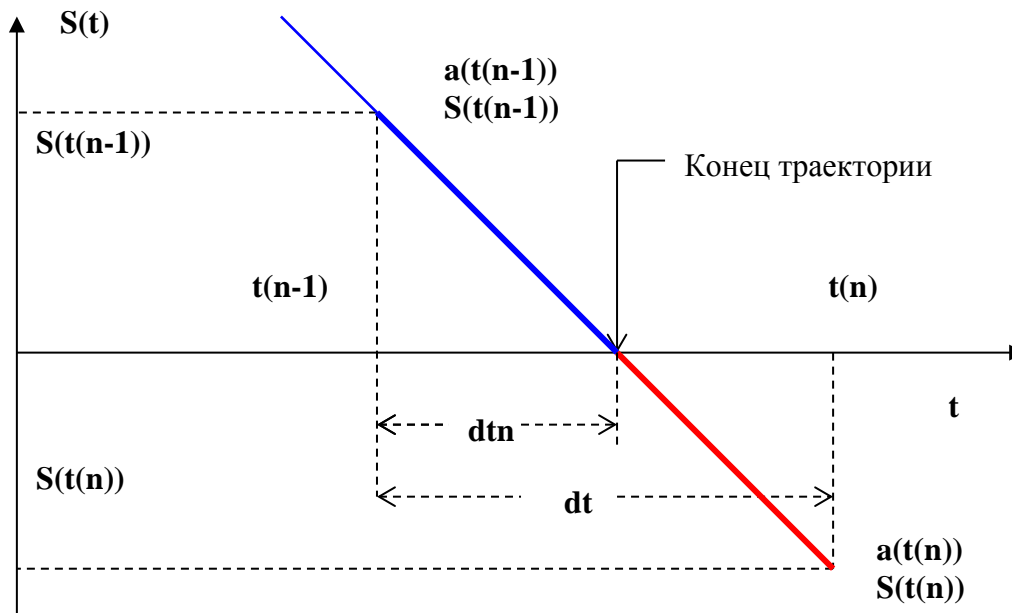


Рис.2 Путь последнего участка, пересекающий уровень поверхности.

Признаком такого события является отрицательное значение пути на очередном участке, что нашло свое отражение (правило 8) как признак конца рекурсии.

В этом случае, для получения правильного результата, нам необходимо найти фактическую длину пути до контакта с поверхностью для такого (последнего) участка, соответствующий интервал времени (**dt_n**), вычислить полный путь и скорректировать скорость контакта с поверхностью.

Итак, пусть правило 5 вычисляет полный путь для очередного участка, например (**S_n**). Если такой путь становится отрицательным, то правило 8 не предусматривает добавление приращение пути на таком участке к полному пути. Однако если для определения полного

пути предварительно длина такого участка (**dSn**), то участок пути до поверхности (**dpSn**) достаточно просто получить следующим образом:

$$dpS_n = dS_n - S_n \quad (12)$$

Следовательно, полный алгебраический путь (**Se**) по всей траектории (или высота объекта над поверхностью) в точке контакта, будет иметь вид:

$$S_e = dS_n + dpS_n \quad (13)$$

Поскольку ускорение на последнем участке мы по прежнему считаем постоянной величиной, то скорость на этом участке будет изменяться по линейному закону, что позволяет получить оценку ее значения (**ve**) в точке контакта с поверхностью:

$$V_e = V_{n-1} + (V_n - V_{n-1}) \cdot (dpS / dS) \quad (14)$$

а также вычислить оценку средней скорости:

$$V_m = (V_{n-1} + V_n) / 2$$

и оценку длительности участка во времени (**dpt**):

$$dpt = abs(dpS / V_m) \quad (15)$$

Для окончательного усреднения ошибок от допущений на последнем участке, вычислим скорость в точке контакта с поверхностью по среднему ускорению:

$$V_e = V_{n-1} + a_m \cdot dpt \quad (16)$$

Таким образом, полное время от старта до контакта с поверхностью может быть вычислено следующим образом:

$$T_n = T_{n-1} + dpt \quad (17)$$

Решение задачи в среде MATLAB

```
% -----
% Вычисление пути тела брошенного вертикально
% в верх по среднему ускорению на участке.
% -----
% Входные параметры:
% М - Масса планеты или астероида (кг.)
% R - Радиус планеты или астероида (м.)
% Vy - Стартовая вертикальная скорость (м./сек.)
% dt - Шаг вычисления по времени (сек.)
% Выходные параметры:
% T - Вектор отметок текущего времени (сек.)
% Sy - Вектор отметок пути по отметкам времени (м.)
```



```

% smax - Максимальная высота на траектории
% tmax - Время максимальной высоты на траектории
% vye - Вертикальная скорость в точке контакта с поверхностью (м./сек.)
%
function [T,Sy,smax,tmax,vye]=f_Vy2Sy(M,R,Vy,dt);
%
% -----
G = 6.6740831e-11; % Гравитационная постоянная
GM=G*M; % Вспомогательная переменная
g= -GM/R^2; % Ускорение свободного падения
% на поверхности

% Начальные параметры цикла
n=1; t=0; se=0; % Начальный индекс; Начальное время;
% Начальный путь
Sy(n)=se; T(n)=t; % Первая точка в векторах результата
n=n+1;
ae=g; % Ускорение до начала первого участка
ve=Vy; % Скорость до начала первого участка
smax=0; % Начальная максимальная высота на траектории
tmax=0; % Начальное время максимальной
% высоты на траектории

% Цикл вычислений
while se >=0
    ab=ae; % Усконение в начале участка
    vb=ve; % Скорость в начале участка
    sb=se; % Полный путь в начале участка
    % -----
    % Предварительная оценка
    sr=sb+dt*(vb+0.5*ab*dt); % Полный путь в конце участка
    ar=-GM/(R+sr)^2; % Ускорение в конце участка
    a=(ab+ar)/2; % Среднее ускорение на участке
    % -----
    % Окончательная оценка
    dS=dt*(vb+0.5*a*dt); % Расчетная длина участка
    se=sb+dS; % Полный путь в конце участка
    ae=-GM/(R+se)^2; % Ускорение в конце участка
    a=(ab+ae)/2; % Среднее ускорение на участке
    ve=vb+a*dt; % Скорость в конце участка
    if se >=0
        Sy(n)=se;
        t=t+dt; % Полное время в конце участка
        T(n)=t;
        if se > smax
            smax=se; % Текущая максимальная высота
            % на траектории
            tmax=t; % Текущее время максимальной
            % высоты на траектории
        end;
        vye=ve; % Скорость у поверхности
    else
        % Последний участок
        dpS=dS-se; % Уточненная длина последнего участка
        se=dS+dpS; % Полный путь в конце участка
        ve=vb+(ve-vb)*dpS/dS; % Предварительная скорость при контакте
        vm=(ve+vb)/2; % Средняя скорость при контакте
        dpt=abs(dpS/vm); % Оценка времени последнего участка
        vye=vb+a*dpt; % Уточненная скорость в точке контакта
        t=t+dpt; % Полное время от старта до контакта
        Sy(n)=Sy(n-1)+dpS;
        T(n)=t;
        break;
    end;
    % -----
    % for next loop
    n=n+1;
end;

```

Задача о движении тела в гравитационном поле, брошенного под углом к горизонту

По аналогии с решением задачи для постоянного ускорения, когда вертикальное движение рассматривается независимо от горизонтального движения, что возможно только при отсутствии дополнительных внешних воздействий (например, отсутствию торможения атмосферой), вертикальное и горизонтальное движение в гравитационном поле можно также считать независимыми движениями.

Для начала рассмотрим классическую задачу движения под углом к горизонту при постоянном ускорении, равным ускорению свободного падения у поверхности.

Движение тела брошенного под углом к горизонту при постоянном ускорении свободного падения

На первой фазе траектории тело, брошенное вертикально вверх со скоростью (V_{yb}), теряет свою скорость под воздействием ускорения свободного падения до нулевого значения.

Для более простой формы записи выражений, будем рассматривать значения скоростей и ускорения по абсолютной величине. Это позволяет записать уравнение, в котором разная направленность векторов скорости и ускорения отображена знаком минус:

$$V_{yb} - g \cdot t_{UP} = 0$$

или вычислить время достижения телом наивысшей точки траектории:

$$t_{UP} = \frac{V_{yb}}{g} \quad (18)$$

На второй фазе вертикального движения тело начиная с нулевой скорости, будет падать и у поверхности достигнет скорости (V_{ye}), то есть:

$$0 - g \cdot t_{DN} = V_{ye}$$

или

$$t_{DN} = \frac{V_{ye}}{g} \quad (19)$$

В силу того, что должен выполняться закон сохранения энергии, то есть, кинетическая энергия тела в начале движения должна быть равной кинетической энергии в конце движения, то при одинаковой потенциальной энергии старта и финиша справедливо записать:

$$\frac{m \cdot V_{yb}^2}{2} = \frac{m \cdot V_{ye}^2}{2} \quad (20)$$

Следовательно, можно заключить, что также должно выполняться равенство:

$$V_{yb} = V_{ye}$$

или, учитывая выражения (18) и (19)

$$t_{UP} = t_{DN}$$

Таким образом, полное время от старта до финиша будет равно:

$$t = 2 \cdot \frac{V_{yb}}{g} \quad (21)$$

При независимом движении, если начальная скорость горизонтальной составляющей равна (V_{xb}), то полный путь тела по горизонтали или дальность движения по горизонтали составит:

$$L = V_{xb} \cdot t = 2 \cdot \frac{V_{yb} \cdot V_{xb}}{g} \quad (22)$$

Соответственно максимальная высота траектории будет иметь вид:

$$H = \frac{g \cdot t_{UP}^2}{2} = \frac{V_{yb}^2}{2 \cdot g} \quad (23)$$

Подчеркнем, что если скорости и ускорение свободного падения рассматривать без учета знака (то есть, как положительные значения) то от применения функции **abs** можно отказаться.

Если в качестве исходных данных такой задачи рассматривать полный вектор начальной скорости (V_0), а также угол **alpha** этого вектора относительно перпендикуляра к вертикали, то вертикальную и горизонтальную начальные скорости можно записать следующим образом:

$$V_{yb} = V_0 \cdot \sin(\alpha) \quad (24)$$

$$V_{xb} = V_0 \cdot \cos(\alpha) \quad (25)$$

Если записать выражение (17) с учетом (19), также известной из тригонометрии формулы

$$\sin(2 \cdot \alpha) = 2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha),$$

то выражение (17) примет вид:

$$L = \frac{V_0^2 \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{g} \quad (26)$$

Полезно также отметить, что для угла **alpha** равного **45 градусов** синус **двух alpha** или **90 градусов**, принимает свое максимальное значение равное **единице**, то есть:

$$L = \frac{V_0^2}{g} \quad \text{їđè} \quad \alpha = 45^0 \quad (27)$$

Движение тела брошенного под углом к горизонту с ускорением свободного падения, зависящим от высоты над поверхностью

Ранее мы сформулировали систему правил (вариант 1 уточненную вариантом 2 и формулами для последнего участка), которая позволила нам вычислять основные параметры вертикального движения с учетом ускорения свободного падения и его зависимости от высоты над поверхностью:

```
% Вычисление пути тела брошенного вертикально в верх
% по среднему ускорению на участке
% Входные параметры:
% M - Масса планеты или астероида (кг.)
% R - Радиус планеты или астероида (м.)
% Vy - Стартовая вертикальная скорость (м./сек.)
% dt - Шаг вычисления по времени (сек.)
% Выходные параметры:
% T - Вектор отметок текущего времени (сек.)
% Sy - Вектор отметок пути по отметкам времени (м.)
% smax - Максимальная высота на траектории
% tmax - Время максимальной высоты на траектории
% vye - Вертикальная скорость в точке контакта с поверхностью (м./сек.)
%
function [T,Sy,smax,tmax,vye]=f_Vy2Sy (M,R,Vy,dt);
```

С учетом принципа независимости движения, можно вычислить полное время от старта до контакта с поверхностью:

```
n=length(T); % Число точек на оси времени
Tx=T(n); % Время от старта до контакта с поверхностью
```

Для вычисления горизонтальной дальности от точки старта до точки контакта с поверхностью нам необходимо указать угол пуска и выполнить разложение вектора начальной скорости (скорости пуска) на вертикальную и горизонтальную составляющие. Такую задачу, в среде MATLAB, достаточно просто реализовать следующей вспомогательной диалоговой функцией:

```
% -----
% Диалог по разложению вектора начальной скорости на
% вертикальную и горизонтальную составляющие.
% -----
```

```

% Входные параметры:
% VS1 - Первая космическая скорость (м./сек.)
% Выходные параметры:
% V0 - Абсолютное значение скорости пуска (м./сек.)
% Vxb - Абсолютное значение горизонтальной скорости пуска (м./сек.)
% Vyb - Абсолютное значение вертикальной скорости пуска (м./сек.)
% alpha - Угол пуска (радианы)
%
function [V0,Vxb,Vyb,alpha]=f_dialogVyVx(VS1)
%
% -----
PR=50; % Процент допустимой вертикальной скорости от первой космической
clear V0;
V0=input('Введите СКОРОСТЬ ПУСКА (м./сек.), для значения 50 м./сек. просто Enter >>');
if isempty(V0)
    V0=50;
end;
clear alpha;
alpha=input('Введите УГОЛ ПУСКА (градусы), для значения 45 град. просто Enter >>');
if isempty(alpha)
    alpha=45;
end;
disp(strcat('Угол пуска (град.) =', num2str(alpha)));
alpha=alpha*pi/180; % Перевод alpha в радианы
Vxb=V0*cos(alpha); % Горизонтальная составляющая скорости
Vyb=V0*sin(alpha); % Вертикальная составляющая скорости
% Ограничение вертикальной скорости по проценту от первой космической
if Vyb > PR*VS1/100
    Vyb = PR*VS1/100;
    V0 = sqrt(Vxb^2+Vyb^2);
    disp('-----');
    disp('                ВНИМАНИЕ!');
    disp('При заданных значениях угла и скорости пуска, вертикальная');
    disp(strcat('составляющая скорости пуска будет > ',num2str(PR),'% первой
космической.'));
    disp(' ДЛЯ ДАЛЬНЕШЕГО РАСЧЕТА СКОРОСТЬ ПУСКА ОТКОРРЕКТИРОВАНА');
    disp(strcat('так, чтобы вертикальная составляющая =',num2str(PR),'% первой
космической.'));
    disp('-----');
end;
disp(strcat('Скорость пуска (м./сек.) =', num2str(V0)));

```

Получив горизонтальную составляющую, вычислим дальность пуска и полную скорость в точке контакта с поверхностью :

```

Lx=Vxb*Tx; % Оценка дальности пуска
Vxy=sqrt(Vxb^2+vye^2); % Полная скорость контакта с поверхностью

```

В завершение решения задачи, вычислим относительную ошибку между полной энергией пуска и полной энергией контакта в процентах, что даст нам оценку точности решения всей задачи.

Итак, в идеальном случае, если потенциальные энергии точек пуска и контакта равны (то есть, радиальные от центра масс высоты для точек пуска и контакта равны), кинетические энергии также должны быть равными или:

$$\frac{m \cdot V_0^2}{2} = \frac{m \cdot V_{xy}^2}{2} \quad (28)$$

или

$$V_0^2 = V_{xy}^2$$

Если они отличаются, то следует вычислить относительную ошибку, которая будет характеризовать это отличие:

$$\gamma = \frac{V_{xy} - V_0}{V_0} \cdot 100 \quad (\%) \quad (29)$$

Решение задачи в среде MATLAB

Для решения задачи используется функция MATLAB с именем **f_asteroid**, представленная в файловом приложении к теории. Заголовок этой функции имеет вид:

```
% -----
% Вычисление параметров движения тела,
% брошенного под углом к горизонту.
% -----
% Входные параметры:
%   М      - Масса планеты или астероида (кг.)
%   R      - Радиус планеты или астероида (м.)
%   gamma  - Допуск на непостоянство ускорения на участке (%)
% Выходные параметры:
%   T      - Вектор отметок текущего времени (сек.)
%   Sy     - Вектор отметок пути по отметкам времени (м.)
%   tmax   - Время максимальной высоты на траектории
%   smax   - Максимальная высота на траектории
%   vye    - Вертикальная скорость в точке контакта с поверхностью
%
function [T,Sy,smax,tmax,vye]=f_asteroid(M,R,gamma)
%
% -----
```

Покажем результат работы этой функции на консоли MATLAB при ее запуске с помощью следующего скрипта:

```
close all;
clear all;
clc;
disp('Спутник земли Луна');
M=7.34776e22;           % Масса в (кг.)
R=1738.7e3;             % Средний радиус в (м.)
gamma=0.002;            % Допустимая ошибка изменчивости ускорения на участке в
                          % процентах
[T,Sy]=f_asteroid(M,R,gamma);
```

Результат:

```
Спутник земли Луна
Средний радиус (км.) =1738.7
Масса (кг.) =7.347760e+022
Ускорение свободного падения на поверхности (м./сек.^2) =1.6222
Первая космическая скорость (м./сек.) =1679.4263
Длительность шага моделирования (сек.) =0.010353
Введите СКОРОСТЬ ПУСКА (м./сек.) или для значения 50 м./сек. просто Enter >>65
Введите УГОЛ ПУСКА (градусы) или для значения 45 град. просто Enter >>48
```

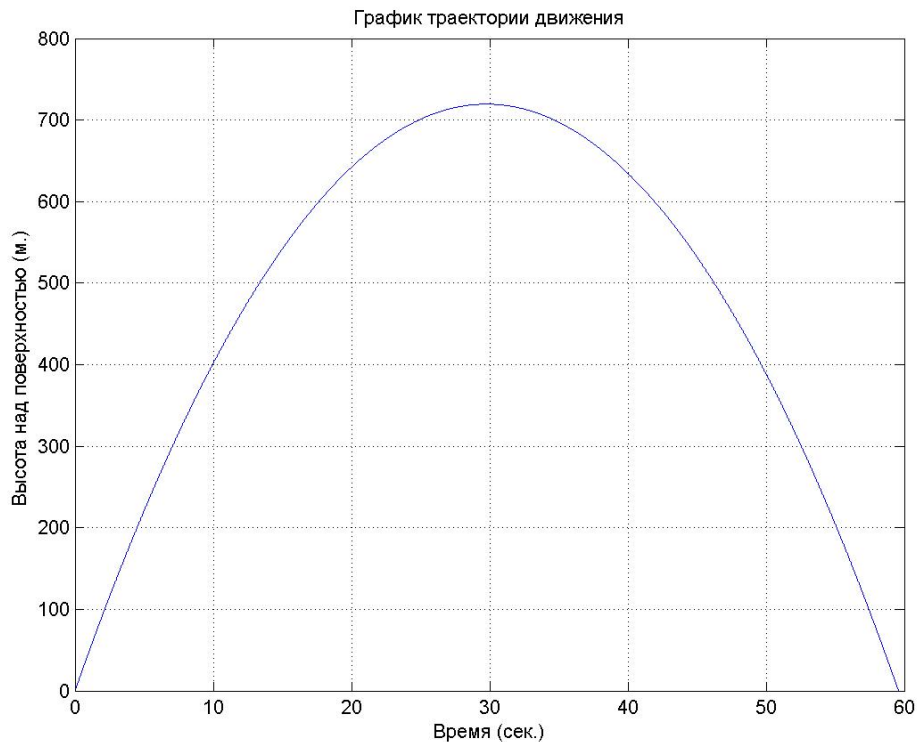
Угол пуска (град.) =48
Скорость пуска (м./сек.) =65

ОЖИДАЙТЕ! Выполнение требует некоторого времени ...
Это время будет тем больше, чем меньше шаг моделирования.
Для немедленного завершения нажмите Ctrl+Break

Максимальная высота траектории (м.) =719.4921
Время до максимальной высоты траектории (сек.) =29.7958
Время до контакта с поверхностью (сек.) =59.588
Дальность до контакта с поверхностью (м.) =2591.6919
Вертикальная скорость пуска (м./сек.) =48.3044
Вертикальная скорость контакта с поверхностью (м./сек.) =-48.3044
Полная скорость контакта с поверхностью (м./сек.) =65
Относительная ошибка между энергией пуска и контакта (%) =1.3183e-009

РАСЧЕТ при неизменном ускорении на всех участках = g
(g=const) Максимальная высота траектории (м.) =719.1945
(g=const) Время до максимальной высоты траектории (сек.) =29.7776
(g=const) Дальность до контакта с поверхностью (м.) =2590.2626
(g=const) Время до контакта с поверхностью (сек.) =59.5552

Время выполнения программы (сек.) =0.922
ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАВЕРШЕНО ...



Кафедра АКСУ, НАУ, Киев.
Последняя редакция 14.10.2018.
(С) Воронов С.И.